

УДК 631.371

**Смолінський С.В.***к.т.н., доцент**кафедра сільськогосподарських машин та системотехніки**ім. акад. П.М.Василенка**Національний університет біоресурсів і природокористування України**E-mail: s\_smolinsky@ukr.net*

## **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ БУЛЬБИ ПО ПОВЕРХНІ СПІРАЛЬНОЇ КАРТОПЛЕСОРТУВАЛКИ**

### **Анотація**

*Для сортування картоплі застосовуються стаціонарні або пересувні картоплесортувалки, які відрізняються за будовою і принципом роботи. Картоплесортувалки обладнуються різними типами сортувальних робочих органів. Для підвищення точності сортування запропоновано використовувати спіральну картоплесортувалку.*

*Дослідження проведено на основі положень аналітичної механіки і з урахуванням основних сил, що діятимуть на систему бульба-спіраль в проєкціях на осі декартової системи координат.*

*У статті розглянуто математичну модель руху бульби по поверхні спіралі на основі побудови диференціальних рівнянь динаміки. В результаті досліджень отримано систему диференціальних рівнянь руху бульби по спіралі і визначено основні фактори, які впливають на рух бульби.*

*Модель можна використовувати для обґрунтування основних параметрів спіральної картоплесортувалки при проектуванні та управлінні процесом сортування.*

**Ключові слова:** *бульби; картоплесортувалка; спіраль; математична модель; рівняння динаміки; параметри.*

**Вступ.** Для здійснення операцій післязбирального обробітку картоплі застосовуються стаціонарні або пересувні картоплесортувалки та пункти, а також сортувальні робочі органи картоплезбиральних комбайнів, що оснащені сортувальними поверхнями роликів, грохотного, барабанного, сітчастого, транспортерного та інших типів і працюють досить ефективно при поштучній або одношаровій подачі бульб відповідної вологості і незначному забрудненні налиплим ґрунтом [1].

Для підвищення ефективності сортування бульб картоплі запропоновано використовувати спіральну сортувалку (рис. 1). Під час роботи картоплесортувалки бульби із завантажувального транспортера 1 подаються на сортувальну поверхню спіралей 2, що обертаються на приводних валах 3. Бульби, розмір яких менше величини просвіту між навивками, проходять між витками і потрапляють на вивантажувальний транспортер, а крупніші бульби рухаються далі по спіральній поверхні. Застосування спіральної сортувальної поверхні забезпечує виконання процесу післязбиральної обробки картоплі з високою транспортувальною здатністю і рівномірним розподілом вороху на сортувальній поверхні, що дозволить підвищити продуктивність і точність сортування, навіть при обробці бульб різного фракційного складу та наявності налиплого ґрунту на поверхні бульб. Але ефективне застосування картоплесортувалки можливе лише за умови всебічного вивчення процесу, у тому ж числі і дослідження руху бульби по спіральній сортувальній поверхні.

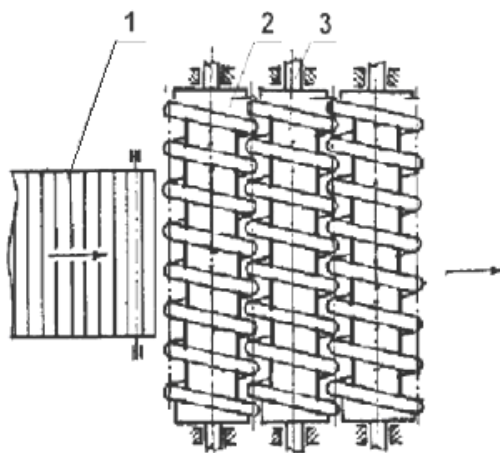


Рис. 1. Конструктивна схема спіральної картоплекортувалки

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Технологічні основи дослідження процесу сортування картоплі і проектування картоплекортувалок розглянуті в роботах як вітчизняних, так і закордонних вчених. Дослідження руху бульб по робочим поверхням картоплекортувалок розглянуто в багатьох роботах, одна з останніх із яких [2], а основи проектування гвинтових робочих поверхонь розглянуто в [3]. Враховуючи потребу всебічного вивчення процесу роботи спіральної картоплекортувалки виникає потреба в дослідженні руху бульби по її робочій поверхні. Загальні питання дослідження руху частинки по робочим поверхням і аналітичні основи побудови математичних моделей руху детально розглянуті в працях академіків П.М.Василенка і П.М.Заїки [4, 5].

**Метою** є дослідження руху бульби по спіральній сортувальній поверхні на основі побудови аналітичної математичної моделі.

**Методологія досліджень.** Загальна методика побудови математичної моделі руху бульби по спіральній поверхні розглянуто в роботі [6], але при проведенні моделювання приймемо, що спіралі закріплені концентрично, а відносний обертальний рух бульб відносно власної осі - відсутній.

**Результати.** Згідно поставлених до теоретичного дослідження задач необхідно розглянути положення та рух по поверхні спіральної сортувальної поверхні одиничної бульби.

Розглянемо положення одиничної бульби картоплі радіусом  $R_K$  на поверхні сортувального робочого органу, виконаного у вигляді спіралі радіусом  $R_i$  з кроком навивки  $S$  та кутом підйому гвинтової лінії  $\gamma$ . При цьому допустимо, що бульби картоплі розміщені в один шар і між собою не дотикаються. Спіралі встановлені послідовно з міжцентровою відстанню  $a_w$ . Обертання спіралей навколо власних осей відбувається за напрямком руху годинникової стрілки.

Проведемо систему координат  $xO_1yz$  (рис. 2), вісь  $O_1x$  якої напрямлена вздовж лінії центрів спіралей з початком в точці  $O_1$ , а вісь  $O_1z$  – вздовж лінії, яка паралельна осям спіралі. В даному випадку вісь  $O_1z$  напрямлена вздовж осі першої спіралі.

Для сферичної картоплі радіальні параметри її центра  $C$  визначатимуться

$$\rho_{1c} = \rho_{2c} = \frac{d_n}{2} + R_K. \quad (1)$$

Кут  $\psi$ , що визначає положення бульби на поверхні спіралей, залежить від геометричних параметрів спіралі, насамперед, радіального параметра  $\rho$ , радіуса спіралі  $R$  та параметру навивки  $\gamma$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{R \operatorname{tg}^2 \gamma \overleftarrow{\left( \pi - \psi \right)}}{R + \frac{1}{\cos \gamma} \sqrt{\rho^2 \cos^2 \gamma - R^2 \overleftarrow{\left( \pi - \psi \right)}}}. \quad (2)$$

Тоді кутові параметри точок контакту та центру бульби визначатимуться згідно виразів

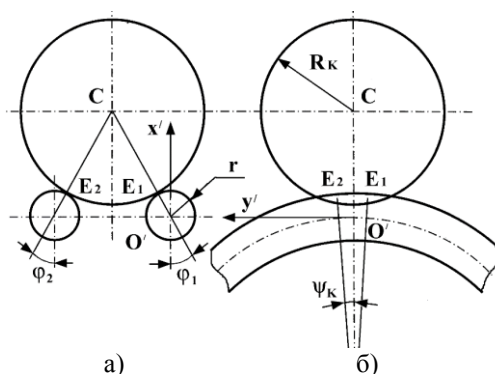


Рис. 2. Еквівалентна схема контакту бульби картоплі зі спіральною сортувальною поверхнею

$$\varphi_{1,2} = \pm \arcsin \frac{S(\pi - \psi_K)}{2\pi \rho_c \cos \gamma} \quad (3)$$

На основі аналізу геометрії контактної взаємодії бульби як кулеподібного тіла і спіральної навивки встановлено, що

$$\sin \varphi = \frac{S}{d_n + 2R_K}, \quad \cos \varphi = \frac{\sqrt{d_n^2 + 4d_n R_K + 4R_K^2 - S^2}}{d_n + 2R_K}. \quad (4)$$

Виділимо на спіралі дугу  $\delta l$ , яка відповідає куту  $\psi$  на проектуючій площині. Її проекція на площину поперечного перерізу дорівнює  $\delta l \cos \gamma$ . З іншого боку проекцію дуги на площину можна також виразити як  $\psi R$ . Тоді  $\delta l \cos \gamma = \psi R$ . Для малих значень кутів справедлива рівність  $\psi = \sin \psi$ , тому з останнього співвідношення знаходимо синус кутового параметру положення бульб на поверхні спіралі

$$\sin \psi = \frac{\delta l \cdot \cos \gamma}{R} \quad (5)$$

Оскільки  $\delta l = S \sin \gamma$ , то

$$\sin \psi = \frac{S \sin \gamma \cos \gamma}{R} = \frac{S \sin 2\gamma}{2R}. \quad (6)$$

Отримані вирази визначають положення бульби при її контакті з поверхнею спіральної наливки.

Розглянемо рух одиничної бульби радіусом  $R_K$  по спіральній сортувальній поверхні (рис. 3), яка утворена навивкою радіусом  $R$  з кутом підйому гвинтової лінії  $\gamma$ . При русі по спіральній поверхні на бульбу будуть діяти сили:

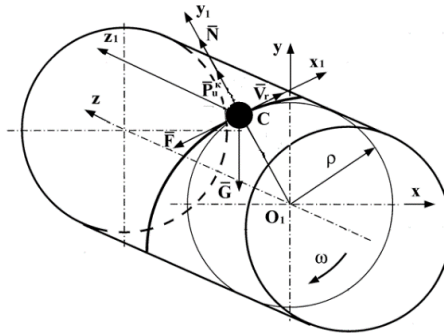


Рис. 3. Еквівалентна схема руху бульби по поверхні спіральної картоплесортувалки

$G = mg$  - сила тяжіння бульби масою  $m$ ;  $\bar{N}$  - сила нормальної реакції поверхні спіральної поверхні, яка напрямлена по нормалі до траєкторії відносного руху тіла по спіралі;  $F = fN$  - сила тертя ковзання тіла по поверхні спіральної поверхні, яка напрямлена проти напрямку відносного руху тіла, при цьому  $f$  - коефіцієнт тертя ковзання бульби по матеріалу поверхні;  $\bar{P}_n^e$  - відцентрова сила інерції, яка напрямлена по нормалі до траєкторії руху, величина якої дорівнює  $P_n^e = m\omega^2\rho$ , де  $\rho$  - радіальний параметр положення центру ваги тіла відносно осі спіралі.

Рівняння руху бульби по робочій поверхні спіральної картоплесортувалки матиме вигляд

$$m\bar{W} = \bar{G} + \bar{N} + \bar{F} + \bar{P}_n^e, \quad (7)$$

де  $\bar{W}$  - прискорення руху центра бульби по поверхні спірального вальця.

Рівняння руху центру мас бульби  $C$  в проекціях на осі нерухомої системи координат  $O_1xyz$  (вісь  $O_1z$  співпадає із віссю спіралі, а вісь  $O_1x$  напрямлена в напрямку руху бульб) матиме вигляд:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= -(P_n^e + N) \cos(\hat{x}, \hat{n}) - F \cos(\hat{x}, \hat{V}), \\ m\ddot{y} &= (P_n^e + N) \cos(\hat{y}, \hat{n}) - F \cos(\hat{y}, \hat{V}) - G. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Напрявні косинуси, які входять в рівняння (8), для циліндричної спіралі радіусом  $R$ , виготовленої із прутка круглого перерізу радіуса  $r$  з кроком навивки  $S$ , визначаються згідно [6]

$$\cos\left(x, \hat{n}\right) = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cdot \frac{\sin \psi}{R} \cdot \cos\left[\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi \cdot R}\right]}{\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cos^2\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi R}\right) \cdot \left[\frac{S^2}{4\pi^2 R^2} + 1\right]}}, \quad (9)$$

$$\cos\left(y, \hat{n}\right) = -\frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cdot \frac{\cos \psi}{R} \cdot \cos\left[\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi \cdot R}\right]}{\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cos^2\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi R}\right) \cdot \left[\frac{S^2}{4\pi^2 R^2} + 1\right]}}.$$

$$\cos(\dot{x}, \hat{V}) = \frac{\dot{x}}{V} = \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}, \quad \cos(\dot{y}, \hat{V}) = \frac{\dot{y}}{V} = \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}.$$

Після підстановки складових отримаємо систему диференціальних рівнянь, які описують рух бульби по робочій поверхні спіральної картоплесортувалки без перекочування

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} = & - \left( \omega^2 \rho + N \right) \cdot \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cdot \frac{\sin \psi}{R} \cdot \cos\left[\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi \cdot R}\right]}{\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cos^2\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi R}\right) \cdot \left[\frac{S^2}{4\pi^2 R^2} + 1\right]}} - \\ & - fN \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}, \\ m\ddot{y} = & - \left( \omega^2 \rho + N \right) \cdot \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cdot \frac{\cos \psi}{R} \cdot \cos\left[\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi \cdot R}\right]}{\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{S^2}{\pi^2} \cos^2\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{S}{\pi R}\right) \cdot \left[\frac{S^2}{4\pi^2 R^2} + 1\right]}} - \\ & - fN \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} - G. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

В результаті аналізу отриманої математичної моделі (4) в середовищі MathCAD встановлено, що основними факторами, які істотно впливатимуть на процес руху бульби на поверхні спіральної картоплесортувалки, є параметри спіралі (діаметр і крок навивки) та кутова швидкість її обертального руху. В результаті комп'ютерного аналізу отриманої моделі (10) із урахуванням радіальної та кутових координат положення бульби на спіралі дозволило обґрунтувати основні параметри спіральної картоплесортувалки з умови переміщення бульб без відриву від сортувальної поверхні, ефективного переміщення і сортування: діаметр спіралі – 100...120 мм; діаметр прутка навивки – 4...6 мм (можливе обґумовування прутка товщиною 1 мм); зазор між витками навивки – 23...27 мм для дрібної фракції, 54...60 мм для середньої фракції; довжина спіралі має не перевищувати 600 мм; кутова швидкість обертання спіралей – 20...48 рад/с.

**Висновки і перспективи.** Розроблена математична модель руху бульби по поверхні спіральної картоплесортувалки дозволяє встановити вплив факторів системи бульба-спіраль на динаміку руху бульби по спіральній сортувальній поверхні. Модель досить точно описує динаміку процесу сортування бульб під дією сил при русі без перекочування, що характерно для запропонованого робочого органу. Зазначена математична модель може використовуватися при проектуванні перспективних картоплесортувалок і управлінню їх оптимальними режимами роботи.

**Список використаних джерел**

1. Булгаков В. М., Смолінський С. В. Математична модель руху бульби картоплі по поверхні спірального сепаратора. *Вісник ХДТУСГ*. 2001. Вип. 8. Том 1. С. 321-326.
2. Булгаков В.М., Рогатинський Р.М., Смолінський С.В. та ін. Визначення кінематичних параметрів взаємодії картоплі із спіральним сепаратором. *Збірник наукових праць НАУ*. 2000. Том IX. С. 306-311.
3. Василенко П. М. Введение в земледельческую механику. Київ : Сільгоспосвіта, 1996. 234 с.
4. Дзюба О. А. Обґрунтування конструктивно-режимних параметрів сортувалки бульб картоплі : дис. ... кандидата техн. наук : 05.05.11. Харків : ХНТУСГ ім. Петра Василенка. Харків, 2011. 216 с.
5. Заика П. М. Избранные задачи земледельческой механики. Київ : УСХА, 1992. 512 с.
6. Неверов Д.А. Сравнительная характеристика различных типов картофелесортировальных машин. Проблемы и перспективы развития сельского хозяйства России : сборник материалов Всероссийской конференции. ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ им. Н. И. Вавилова». Саратов : ИЦ «Наука», 2008. 259 с.
7. Рогатинський Р. М. Механіко-технологічні основи взаємодії шнекових робочих органів з сировиною сільськогосподарського виробництва : автореферат дис. ... доктора техн. наук : 05.05.11 / НАУ. Київ : 1997. 33 с.
8. Смолінський С.В. Про теоретичний розрахунок параметрів і режимів роботи спірального сепаратора картопляного вороху. *Збірник наукових праць НАУ*. 2000. Том VII. С. 290-293.
9. Смолінський С.В. Щодо підвищення ефективності роботи картоплесортувалок. *Вісник ХНТУСГ ім. Петра Василенка*. 2015. Вип. 159. С. 139-142.

*Дата надходження статті до редакції : 30.03.2018  
Рецензування 30.04.2018 Прийняття в друк: 30.05.2018*

**Smolinskyi S.V.**

*PhD (Techn.), Associate Professor*

*Department of Agricultural Machines and Systemstechnik  
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine  
Kyiv, Ukraine*

*E-mail : s\_smolinskyi@ukr.net*

## **MATHEMATICAL MODEL OF POTATO MOVEMENT ON THE SURFACE OF THE SPIRAL POTATO SORTING MACHINE**

### **Abstract**

*Stationary and portable potato sorting machines that have different construction and operation principles are used for sorting potatoes. Potato sorting machines are equipped by different types of sorting working tools. The author suggests using the spiral potato sorting machine to improve sorting accuracy. The mathematical model of potato movement on the surface of spiral on the basis of dynamic differential equations is given in the study. The research is made on the basis of analytical mechanics, taking into account main forces that influence on the potato and spiral system in projections on the axis of Cartesian point system. The system of differential equations of potato movement on spiral has been found and the basic factors for potato movement are determined. The mathematical model can be used for the substantiation of basic parameters for spiral potato sorter by design and the sorting operation.*

**Keywords:** *equation, potato sorting machine, spiral, mathematical model.*

**References**

1. Bulgakov, V.M. & Smolinskyi, S.V. (2001). Matematychna model ruchu bulby po poverchni spiralnogo separatora [Mathematical model of tuber motion on surfaces of spiral separator]. *Visnyk Charkivskogo derzhavnogo technichnogo universytetu silskogo gospodarstva*, 8/1, 321-326. [in Ukrainian]
2. Bulgakov, V.M., Rogatynskyi, R.M., Smolinskyi, S.V. & Ischenko, V.V. (2000) Vysnachennya kinematychnych parametrov vsaemodyi kartopli iz spiralnym separatorom [Substantiation of parameters of tuber - spiral separator contact]. *Zbirnyk naukovykh prac Nationalnogo agrarnogo unaversytetu*, IX, 306-311. [in Ukrainian]
3. Vasilenko, P.M. (1996). Vvedenie v zemledelcheskuju mekhaniku [Introduction to agricultural mechanics]. Kyiv, Silgosposvita. [in Russian]
4. Dzuba, O.A. (2011). *Obgruntuvannja konsrtyktyvno-rezymnykh parametrov sortuvalky bulb kartopli* [Ground of structurally-regime parameters of potatos sorter] Candidate's thesis Charkivskiyi nationalnyi technichniy universytet silskogo gospodarstva imeni Petra Vasylenka, Charkiv. (in Ukrainian)
5. Zaika, P. M. (1992). *Izbrannyje zadachi zemledelcheskoj mekhaniki* [Select tasks of agricultural mechanics]. Kyiv : USHA [in Russian]
6. Neverov D.A. (2008). Sravnitel'naja ocenka razlichnykh tipov kartofelesortirovalnykh mashin [Comparative description of different potatoes sorter types]. *Zbornik materialov Vserossijskoj konferenciji*. Saratov : Nauka [in Russian]
7. Rogatynskyi, R. M. (1997). *Mechaniko-technologichni osnovy vzajemodiji schnekovykh roochykh organiv z syrovynuju silskogospodarskogo vyrobnyctva* [Mechanic and technological bases for contact of screw and material of agricultural production]. Doctor's thesis Nationalnyi agrarnyi unaversytet, Kyiv. [in Ukrainian]
8. Smolinskyi, S. V. (2000). Pro teoretychnyy rozrachunok parametrov i rezhyziv roboty spiralnogo separatora kartoplyanogo vorohu [About the theoretical calculation of parameters for spiral separator of potatos heaps]. *Zbirnyk naukovykh prac Nationalnogo agrarnogo unaversytetu*, VII, 290-293. [in Ukrainian]
9. Smolinskyi, S. V. (2015). Shodo pidvyschennya efektyvnosti roboty kartoplesortovalok [About increase of potato sorter efficiency]. *Visnyk Charkivskogo nationalnogo technichnogo universytetu silskogo gospodarstva imeni Petra Vasylenka*, 8/1, 321-326. [in Ukrainian]

*Received: March 30, 2018*

*Revision: April 30, 2018 Accepted: May 31, 2018*